第１０講・二次方程式②　解の公式・方程式の解

要点整理

１　解の公式

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

となる。

２　方程式の解

解をもとの方程式に代入すると成立する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 1　次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2-10x+4=0$

(2)　$x^2+5x-2=0$

例題 2　次の問いに答えなさい。

(1)　x についての二次方程式 $x^2+4ax+a^2+3=0$ の1つの解が1であるとき，もう1つの解を求めよ。

(2)　x の二次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が1，2のとき，x の二次方程式 $x^2+bx+a=0$ を解け。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

10－1　次の問いに答えなさい。

(1)　二次方程式 $x^2+ax+b=0$ の２つの解が，二次方程式 $x^2-20x+91=0$ の２つの解よりそれぞれ３だけ小さいとき，a，b の値を求めよ。

(2)　二次方程式 $x^2-10x+7=0$ の２つの解を a，b とするとき，a および a^2b-ab^2 の値を求めよ。ただし，$a>b$ とする。

(3)　二次方程式 $x^2+ax+a=0$ の解がただ１つしかないとき，a の値を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講・確認テスト

［1］　次の方程式を解きなさい。

（1）　$x^2+5x+3=0$　　　$x=\dfrac{-\boxed{ア}\pm\sqrt{\boxed{イウ}}}{\boxed{エ}}$

（2）　$x^2-3x-2=0$　　　$x=\dfrac{\boxed{オ}\pm\sqrt{\boxed{カキ}}}{\boxed{ク}}$

（3）　$x^2-2x-5=0$　　　$x=\boxed{ケ}\pm\sqrt{\boxed{コ}}$

（4）　$2x^2-3x-5=0$　　　$x=\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}},\ -\boxed{ス}$

［2］　次の $\boxed{セ}$ ～ $\boxed{ナ}$ にあてはまる数を求めなさい。

（1）　二次方程式 $x^2+(a-3)x-2a+2=0$ の解の１つが６であるとき，$a=-\boxed{セ}$ であり，他の解は $\boxed{ソ}$ である。

（2）　二次方程式$x^2+ax+b=0$ の２つの解が，二次方程式 $x^2-3x-18=0$ の２つの解のそれぞれ２倍であるとき，$a=-\boxed{タ}$，$b=-\boxed{チツ}$ である。

（3）　二次方程式 $x^2-4x-1=0$ の２つの解を p，q とするとき，$\dfrac{q}{p}+\dfrac{p}{q}=-\boxed{テト}$ である。

（4）　二次方程式 $x^2+ax+12=0$ の２つの解がともに整数となるような a の値は，全部で $\boxed{ナ}$ 個である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講・二次方程式② 解の公式・方程式の解

例題 1

(1)　$x=5\pm\sqrt{21}$　　(2)　$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$

解説

(1)　$x=\dfrac{10\pm\sqrt{10^2-4\times1\times4}}{2}=\dfrac{10\pm2\sqrt{21}}{2}=5\pm\sqrt{21}$

(2)　$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times(-2)}}{2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$

例題 2

(1)　7　　(2)　$x=-3,\ 1$

解説

(1)　$x=1$ を代入して，$a^2+4a+4=0$　　$(a+2)^2=0$　　$a=-2$

よって，$x^2-8x+7=0$　　$(x-1)(x-7)=0$　　もう1つの解は，7

(2)　$x=1,\ 2$ をそれぞれ代入して，

$1+a+b=0$…①,

$4+2a+b=0$…②

①，②を連立方程式として解いて，$a=-3,\ b=2$

よって，$x^2+2x-3=0$　　$(x+3)(x-1)=0$　　$x=-3,\ 1$

10-1

(1)　$a=-14,\ b=40$　　(2)　$a=5+3\sqrt{2},\ a^2b-ab^2=42\sqrt{2}$　　(3)　$a=0,\ 4$

解説

(2)　$x^2-10x+7=0$ を解いて，$x=5\pm3\sqrt{2}$ より，$a=5+3\sqrt{2},\ b=5-3\sqrt{2}$

また，$a-b=6\sqrt{2},\ ab=25-18=7$ だから，$a^2b-ab^2=ab(a-b)=42\sqrt{2}$

(3)　ただ1つの解を $x=p$ とすると，$x^2+ax+a=(x-p)^2$ すなわち，

$x^2+ax+a=x^2-2px+p^2$ が成り立つ。両辺を比較して，

$a=-2p$…①，$a=p^2$…②

①を②に代入して，$-2p=p^2$ より，$p(p+2)=0$　$p=0,\ -2$

$p=0$ のとき $a=0$，$p=-2$ のとき $a=4$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講・確認テスト

［1］　次の方程式を解きなさい。

（1）　$x^2+5x+3=0$　　　$x=\dfrac{-\boxed{ア}\pm\sqrt{\boxed{イウ}}}{\boxed{エ}}$

（2）　$x^2-3x-2=0$　　　$x=\dfrac{\boxed{オ}\pm\sqrt{\boxed{カキ}}}{\boxed{ク}}$

（3）　$x^2-2x-5=0$　　　$x=\boxed{ケ}\pm\sqrt{\boxed{コ}}$

（4）　$2x^2-3x-5=0$　　　$x=\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$，$-\boxed{ス}$

［2］　次の $\boxed{セ}$ ～ $\boxed{ナ}$ にあてはまる数を求めなさい。

（1）　二次方程式 $x^2+(a-3)x-2a+2=0$ の解の１つが６であるとき，$a=-\boxed{セ}$ であり，他の解は $\boxed{ソ}$ である。

（2）　二次方程式$x^2+ax+b=0$ の２つの解が，二次方程式 $x^2-3x-18=0$ の２つの解のそれぞれ２倍であるとき，$a=-\boxed{タ}$，$b=-\boxed{チツ}$ である。

（3）　二次方程式 $x^2-4x-1=0$ の２つの解を p，q とするとき，$\dfrac{q}{p}+\dfrac{p}{q}=-\boxed{テト}$ である。

（4）　二次方程式 $x^2+ax+12=0$ の２つの解がともに整数となるような a の値は，全部で $\boxed{ナ}$ 個である。

解答

［1］　ア　5　　イ　1　　ウ　3　　エ　2　　オ　3　　カ　1　　キ　7　　ク　2
　　　ケ　1　　コ　6　　サ　5　　シ　2　　ス　1

［2］　セ　5　　ソ　2　　タ　6　　チ　7　　ツ　2　　テ　1　　ト　8　　ナ　6

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］

（1）　$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times3}}{2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$

（2）　$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-2)}}{2}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

（3）　$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-5)}}{2}=\dfrac{2\pm2\sqrt{6}}{2}=1\pm\sqrt{6}$

（4）　$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}=\dfrac{3\pm7}{4}=\dfrac{5}{2}$，$-1$

［2］

（1）　$x=6$ を代入して，$36+6(a-3)-2a+2=0$　　$4a+20=0$　　$a=-5$　よって，

$x^2-8x+12=0$　　$(x-6)(x-2)=0$　　もう 1 つの解は，2

（2）　$x^2-3x-18=0$　　$(x-6)(x+3)=0$　　$x=6$，-3

よって，$x^2+ax+b=0$ の解は，12 と -6

$x=12$，-6 をそれぞれ代入して，

$$\begin{cases}144+12a+b=0\cdots① \\ 36-6a+b=0\cdots②\end{cases}$$

①，②を連立方程式として解いて，$a=-6$，$b=-72$

（3）　$x^2-4x-1=0$ を解いて，$x=2\pm\sqrt{5}$

$p+q=(2+\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})=4$　$pq=(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=-1$

よって，$\dfrac{q}{p}+\dfrac{p}{q}=\dfrac{q^2+p^2}{pq}=\dfrac{(p+q)^2-2pq}{pq}=\dfrac{4^2-2\times(-1)}{-1}=-18$

（4）　$(x-1)(x-12)=0$ のとき，$a=-13$　　$(x-2)(x-6)=0$ のとき，$a=-8$

$(x-3)(x-4)=0$ のとき，$a=-7$　　$(x+1)(x+12)=0$ のとき，$a=13$

$(x+2)(x+6)=0$ のとき，$a=8$　　$(x+3)(x+4)=0$ のとき，$a=7$

よって，6 個

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。